

Editor:

Rifka Agustianti, M.Pd.

Qomarotun Nurlaila, S.T., M.T.



Matematika Sekolah

Konsep-konsep Matematika di SMP/MTs,
dan Matematika SMA/MA



M. Syauqi Haris, Anisa Rahmawati, Handri Wijaya,
Aulia Oktavia, Ika Sriyanti, Anwar Sadat, Auli Irfah,
Totok Dwi Raharjo, Muhammad Iqbal Harisuddin,
Nurweni Putri

Matematika Sekolah

**Konsep-konsep Matematika di SMP/MTs,
dan Matematika SMA/MA**

M. Syauqi Haris, Anisa Rahmawati, Handri Wijaya,
Aulia Oktavia, Ika Sriyanti, Anwar Sadat, Auli Irfah,
Totok Dwi Raharjo, Muhammad Iqbal Harisuddin,
Nurweni Putri

Editor:

Rifka Agustianti, M.Pd.
Qomarotun Nurlaila, S.T., M.T.



Haura Utama

KATA PENGANTAR

Alhamdulillah, segala puji kita panjatkan kepada Allah SWT Tuhan yang Maha Esa, atas limpahan Rahmat dan karunianya sehingga buku yang berjudul “**Matematika Sekolah (Konsep-konsep Matematika di SMP/MTs, dan Matematika SMA/MA)**” telah selesai kami susun. Buku Matematika Sekolah ini dirancang untuk membantu dan mendukung proses belajar siswa-siswi tingkat SMP/MTs dan SMA/MA. Didalam buku diterangkan teori serta dilengkapi contoh penyelesaian soal sebagai panduan para siswa-siswi untuk lebih memahami materi dan bisa mencoba menerapkannya secara langsung.

Buku ini ditulis dalam 10 bab secara sistematis, sehingga diharapkan akan bisa digunakan sebagai acuan untuk mendukung proses pembelajaran serta bisa juga digunakan sebagai buku referensi. Buku ini ditulis secara kolaborasi bersama 10 penulis yang kompeten dibidang matematika.

Untuk perbaikan kedepannya, kami harapkan saran, koreksi dan masukan dari pembaca buku ini. Silahkan untuk menghubungi kontak redaksi kami. Perbaikan akan dilakukan pada edisi selanjutnya.

Tidak lupa dalam kesempatan ini kami ucapkan terima kasih kepada seluruh pihak yang banyak berkontribusi dalam penyusunan buku ini. Semoga Allah SWT, Tuhan yang Maha Esa membalas kebaikan semua pihak yang telah

Matematika Sekolah; (Konsep-konsep Matematika di SMP/MTs, dan Matematika SMA/MA), karya M. Syauqi Haris, M.Kom, dkk, diterbitkan pertama kali oleh Penerbit Haura Utama, 2023

15.5 x 23 cm, 254 hlm

Hak cipta dilindungi undang-undang
Dilarang mereproduksi atau memperbanyak seluruh maupun sebagian dari buku ini dalam bentuk dan cara apapun tanpa izin tertulis dari penerbit

Editor: Rifka Agustianti, M.Pd.
Qomarotun Nurlaila, S.T., M.T.

Penata isi: Zulfa
Perancang sampul: Nita



CV. Haura Utama

Anggota IKAPI Nomor 375/JBA/2020

Nagrak, Benteng, Warudoyong, Sukabumi

+62877-8193-0045 haurautama@gmail.com

Cetakan I, November 2023

ISBN: 978-623-492-670-5

 penerbithaura.com

membantu dan mendukung terbitnya karya ini, semoga akan menjadi amal jariah kita semua. Aamiin.

Bandung, November 2023

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	3
DAFTAR ISI	5
1. BILANGAN, BARISAN DAN DERET	8
1.1 Bilangan Bulat.....	8
1.2 Bilangan Berpangkat.....	16
1.3 Akar Bilangan.....	22
1.4 Barisan dan Deret.....	28
2. PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN LINEAR DAN KUADRAT	37
2.1 Pengantar.....	37
2.2 Persamaan Linear.....	37
2.3 Persamaan Kuadrat.....	42
2.4 Pertidaksamaan Linear.....	54
2.5 Pertidaksamaan Kuadrat.....	57
3. LINGKARAN DAN PERSAMAAN LINGKARAN	63
3.1 Pengertian Lingkaran.....	63
3.2 Persamaan Lingkaran.....	64
3.3 Kedudukan Titik dan Garis Terhadap Lingkaran.....	72
3.4 Persamaan Garis Singgung Lingkaran.....	74
4. MATRIKS DAN VEKTOR	80
4.1 Pengantar.....	80
4.2 Pendahuluan Matriks.....	80
4.3 Jenis – Jenis Matriks.....	82
4.4 Operasi Matriks.....	84
4.5 Determinan Matriks dan Sifatnya.....	85
4.6 Invers Matriks.....	88

4.7	Penyelesaian Sistem Persamaan Linier dengan Matriks	90
4.8	Pengertian dan Notasi Vektor	95
4.9	Operasi Aljabar Pada Vektor	95
4.10	Vektor Posisi Suatu Titik	99
4.11	Panjang (Modulus) Vektor	100
4.12	Vektor Satuan.....	102
5.	BANGUN RUANG SISI DATAR	104
5.1	Pengertian Tentang Bangun Ruang Sisi Datar	104
5.2	Persamaan Kubus dan Balok.....	106
5.3	Perbedaan Kubus dan Balok.....	106
5.4	Kubus.....	108
5.5	Balok	111
5.6	Prisma	116
5.7	Limas.....	125
6.	BANGUN RUANG SISI LENGKUNG	131
6.1	Tabung	131
6.2	Kerucut	136
6.3	Bola.....	140
6.5	Kerucut Tegak Terpotong.....	143
7.	TRIGONOMETRI.....	150
7.1	Pengantar Trigonometri	150
7.2	Tabel Sudut Istimewa	153
7.3	Pembagian Sudut dalam Trigonometri.....	154
7.4	Identitas Trigonometri.....	156
7.5	Rumus Sudut Rangkap	158
7.6	Identitas Dua Sudut	159
7.7	Rumus Identitas Fungsi Trigonometri	160

8.	LOGARITMA	162
8.1	Pengantar.....	162
8.2	Sifat-Sifat Logaritma	165
8.3	Persamaan Logaritma.....	170
8.4	Pertidaksamaan Logaritma.....	170
8.5	Aplikasi – aplikasi Logaritma.....	170
8.6	Penutup	174
9.	PROGRAM LINEAR	176
9.1	Pendahuluan.....	176
9.2	Sistem Persamaan Linear (SPL).....	178
9.3	Sistem Pertidaksamaan Linear	183
9.4	Model Matematika Dari Program Linear	187
9.4	Pendekatan Geometris Metode Isoline (Kesamaan Garis).....	193
9.5	Pendekatan Geometris Metode Titik Ekstrim.....	200
9.6	Tinjauan Kasus Pada Metode Grafik.....	204
9.7	Penutup	208
10.	LIMIT FUNGSI, TURUNAN & INTEGRAL	210
10.1	Pengantar.....	210
10.2	Limit Fungsi.....	212
10.3	Turunan	220
10.4	Integral.....	231
	DAFTAR PUSTAKA.....	244
	BIODATA PENULIS	248

1.

BILANGAN, BARISAN DAN DERET

1.1 Bilangan Bulat

A. Pengertian Bilangan Bulat

Bilangan bulat adalah bilangan yang tidak memiliki bagian pecahan atau desimal. Bilangan bulat terbagi menjadi tiga jenis, yaitu bilangan bulat positif (1,2,3,4,5,...), bilangan bulat negatif (-1,-2,-3,-4,...), dan bilangan nol (0) yang merupakan bilangan netral. Bilangan bulat ditemukan oleh seorang ahli matematika dari italia yang bernama fibonacci. Beberapa contoh bilangan bulat adalah:

- Bilangan bulat positif

Bilangan yang lebih besar dari nol dan terus bertambah satu per satu (1, 2, 3, ...) disebut bilangan bulat positif.

- Bilangan bulat negatif

Bilangan bulat negatif adalah bilangan yang dimulai dari angka negatif satu dan seterusnya (-1, -2, -3, ...).

- Bilangan netral atau bilangan 0

Bilangan yang hanya terdiri dari satu angka, yaitu 0, adalah bilangan bulat nol atau bilangan netral.

Ada beberapa jenis bilangan bulat yang berbeda, seperti bilangan cacah (0,1,2,3,...), bilangan ganjil(1,3,5,7,...), bilangan prima (2,3,5,7,...), bilangan asli (1,2,3,...), dan bilangan genap (2,4,6,8,...). Ini menunjukkan bahwa bilangan bulat memiliki berbagai karakteristik tertentu. Bilangan bulat ditemukan oleh fibonacci, seorang ahli matematika dari italia.

B. Operasi Hitung Bilangan Bulat

- a. Operasi Hitung Penjumlahan

Beberapa sifat yang berlaku pada penjumlahan bilangan bulat adalah:

- a. Sifat asosiatif, yaitu jika kita menjumlahkan tiga bilangan bulat, maka urutan penjumlahannya tidak mempengaruhi hasilnya, misalnya $(a + b) + c$ sama dengan $a + (b + c)$.
- b. Sifat komutatif, yaitu jika kita menjumlahkan dua bilangan bulat, maka hasilnya tidak bergantung pada posisi bilangan tersebut, misalnya $a + b$ sama dengan $b + a$
- c. Unsur identitas, yaitu jika kita menjumlahkan sebuah bilangan bulat dengan nol, maka hasilnya tetap bilangan tersebut, misalnya $a+0$ sama dengan $0+a$

Contoh penjumlahan bilangan bulat adalah sebagai berikut

- a. $(5 + 6) + 7 = 5 + (6 + 7) = 18$

ntuk menentukan jumlah bakteri setelah 12 jam, kita dapat menggunakan rumus suku ke- n dari barisan geometri, yaitu:

$$U_n = ar^{n-1}$$

Karena diketahui bahwa $a = 1$, $r = 2$, dan $n = 13$ maka didapatkan

$$U_{13} = (1)2^{13-1}$$

$$U_{13} = 2^{12} = 4096$$

Jadi, jumlah bakteri setelah 12 jam adalah 4096.

2.

PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN LINEAR DAN KUADRAT

2.1 Pengantar

Tanpa kita sadari, kita telah mengenal persamaan maupun pertidaksamaan pada kehidupan sehari-hari. Contohnya, kecepatan konstan pada kendaraan yang dikendarai atau jumlah tertentu stok barang yang ada di gudang dapat dinyatakan dalam suatu persamaan. Namun apabila kita ubah kondisinya menjadi kecepatan kendaraan tidak boleh lebih dari nilai tertentu atau jumlah stok di gudang minimal harus ada sebanyak nilai tertentu, maka kondisi tersebut dapat dinyatakan dalam suatu pertidaksamaan. Untuk lebih memahami perbedaan persamaan dan pertidaksamaan akan dijelaskan pada bab ini.

2.2 Persamaan Linear

Persamaan menyatakan kesamaan dua ekspresi aljabar. Kesamaan tersebut dinyatakan dengan tanda sama dengan (=). Sementara itu, linear adalah pangkat dari variabel bebasnya satu dan tidak mengandung hasil kali antar variabelnya. Dengan demikian, persamaan linear menyatakan kesamaan dua ekspresi aljabar yang pangkat dari variabel bebasnya satu dan tidak mengandung hasil kali antar variabelnya. Apabila kita gambarkan grafik dari

Langkah 5 :

Karena pertidaksamaan kuadrat $x^2 - 9x + 18 \leq 0$, mempunyai tanda " \leq ", maka penyelesaiannya yang bertanda " $-$ ".

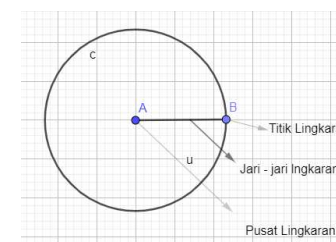
Jadi solusi penyelesaian pertidaksamaan kuadrat $x^2 - 9x + 18 \leq 0$ adalah $3 \leq x \leq 6$. Penyelesaian dapat juga dinyatakan dalam himpunan penyelesaian: $HP = \{x \in R | 3 \leq x \leq 6\}$.

3.

LINGKARAN DAN PERSAMAAN LINGKARAN

3.1 Pengertian Lingkaran

Lingkaran adalah koordinat letak titik-titik pada suatu bidang yang berjarak sama terhadap suatu titik tertentu, dimana pusat lingkaran adalah titik yang tepat berada dipusat lingkaran dan jaraknya sama dengan semua titik dalam lingkaran sedangkan, jari-jari lingkaran adalah jarak dari pusat ke suatu titik pada keliling lingkaran, yang ukuranya selalu sama di setiap titik pada lingkaran. Di SMA mempelajari konsep lingkaran yang meliputi cara menghitung luas lingkaran, Panjang tali busur, luas lingkaran dan Panjang garis singgung lingkaran. sekarang kita akan mempelajari secara analitis konsep lingkaran, meliputi persamaan lingkaran, letak titik dan garis pada lingkaran, persamaan garis singgung lingkaran dan jari-jari lingkaran.



Gambar 3.1 Lingkaran dengan jari jari lingkaran

4.

MATRIKS DAN VEKTOR

4.1 Pengantar

Pada bab ini akan dibahas tentang matriks dan vektor. Pada subbab matriks, pembahasan dimulai dari pengertian matriks, operasi matriks, determinan matriks dan sifatnya, invers matriks, dan penyelesaian system persamaan linier dengan invers matriks dan aturan Cramer.

Pada subbab vektor, pembahasannya dimulai dari pengertian vektor, operasi aljabar pada vektor, vektor posisi, panjang (modulus) vektor, dan vektor satuan.

4.2 Pendahuluan Matriks

Matriks adalah sebuah entitas yang terdiri dari bilangan riil atau kompleks yang diatur dalam baris dan kolom sehingga membentuk bentuk persegi atau persegi panjang dan diapit oleh tanda kurung biasa atau siku. Matriks ini sering diberi label dengan huruf kapital A, B, C, dan sebagainya. Sebuah matriks dengan m baris dan n kolom dikenal sebagai matriks $m \times n$. Sebagai contoh

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 9 \\ 2 & -9 & 5 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

adalah sebuah matriks 3×3 .

Jika kita memiliki matriks A dengan m baris dan n kolom, maka matriks tersebut berordo $m \times n$ dapat, yang biasanya dituliskan sebagai $A_{m \times n}$. Matriks A terdiri dari sejumlah elemen yang sama dengan $(m \times n)$. Karena itu, matriks A dengan ordo $m \times n$ dapat direpresentasikan sebagai

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \left. \vphantom{\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{bmatrix}} \right\} \begin{array}{l} \text{Banyak baris} = m \\ \\ \\ \\ \text{Banyak kolom} = n \end{array}$$

dengan a_{mn} adalah elemen matriks pada baris ke- m dan kolom ke- n .

Ada beberapa istilah dalam matriks diantaranya :

1. Baris

Susunan bilangan yang ditulis **mendatar** atau **horizontal** dalam matriks.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 9 \\ 2 & -9 & 5 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \longrightarrow \text{Baris 1} \\ \longrightarrow \text{Baris 2} \\ \longrightarrow \end{array}$$

2. Kolom

Susunan bilangan yang ditulis secara **vertikal** dalam matriks.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 9 \\ 2 & -9 & 5 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \downarrow \\ \downarrow \\ \downarrow \end{array} \text{Kolom 3}$$

5.

BANGUN RUANG SISI DATAR

5.1 Pengertian Tentang Bangun Ruang Sisi Datar

Bangun Ruang Sisi Datar adalah objek tiga dimensi yang memiliki volume dan sisi-sisinya. Bangun Ruang dibagi menjadi dua, yaitu:

a. Bangun Ruang sisi datar

Bangun ruang sisi datar memiliki beberapa bangun termasuk di dalamnya adalah balok, prisma, kubus, dan limas.

b. Bangun Ruang sisi Lengkung

Bangun ruang dengan sisi lengkung terdiri dari beberapa jenis, termasuk tabung, kerucut, dan bola.

Tetapi dalam bab ini hanya akan membahas mengenai bangun ruang sisi datar, terdapat beberapa komponen atau elemen yang termasuk di antaranya:

- Bidang sisi merujuk pada bidang yang berfungsi sebagai batas antara satu ruang dengan ruang lainnya.
- Rusuk adalah titik berkumpulnya sisi-sisi yang berbeda pada Sebuah bangun datar yang terlihat sebagai segmen garis.
- Titik adalah titik temu dari setidaknya dua sisi dalam suatu bangun ruang.

- Diagonal Sisi, merupakan garis yang menghubungkan dua titik pada sisi bangunan tersebut.
- Diagonal Ruang adalah garis diagonal yang membentang dari satu sudut ke sudut lainnya dalam suatu bangun ruang.
- Bidang Diagonal adalah bidang datar yang terbentuk oleh diagonal sisi dan rusuk pada bangunan tersebut.

Dalam Materi ini yang dibahas berbicara tentang bangun ruang sisi datar, termasuk di dalamnya adalah Kubus, Balok, Prisma, dan Limas. Bangun ruang sisi datar adalah tipe bangun ruang di mana setiap sisinya terdiri dari bangun datar. Jika ada setidaknya satu sisi yang melengkung dalam sebuah bangun ruang, maka bangun tersebut tidak dapat disebut sebagai bangun ruang sisi datar, tetapi bisa dikatakan sebagai bangun ruang sisi lengkung. Contoh bentuk bangun ruang sisi datar dalam kehidupan sehari-hari

- Balok misalkan dadu, es batu, kotak hadiah, gula batu dll
- Kubus misalkan tempat tisu, jam alarm, uang kertas, pintu dll
- Prisma misalkan tenda, atap rumah, kue ulang tahu dll
- Limas misalkan piramida, tenda, kue bacang dll

iv. Diagonal bidang = $\frac{(n(n-3))}{2}$

Rumus yang terdapat dari limas terdiri dari Volume dengan Luas Permukaan

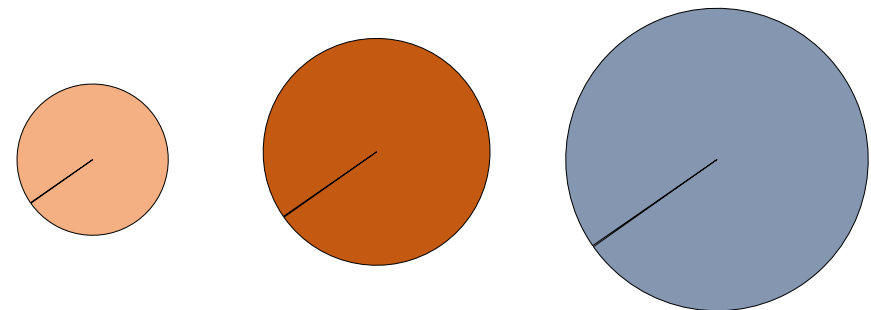
1. Volume Limas = $\frac{1}{3} \times \text{luas alas } \Delta \times \text{tinggi limas}$
2. Luas Permukaan = jumlah luas alas + jumlah luas sisi tegak

6.

BANGUN RUANG SISI LENGKUNG

6.1 Tabung

Sebelum kita membahas tentang tabung, adik-adik sebaiknya mengingat kembali tentang keliling dan luas lingkaran. Mari kita melakukannya dengan praktik percobaan. Berikut ini disediakan beberapa lingkaran dengan luas yang berbeda-beda, semakin banyak lingkaran yang kita coba maka semakin bagus. Ukurlah keliling dan diameter dari setiap lingkaran yang tersedia,



Gambar 6.1 Lingkaran

dan catatlah dalam tabel, kemudian kalian hitung nilai perbandingan antara keliling dan diameter tersebut. Sebagai contoh, hasil kegiatan tersebut adalah sebagai berikut.

7. TRIGONOMETRI

7.1 Pengantar Trigonometri

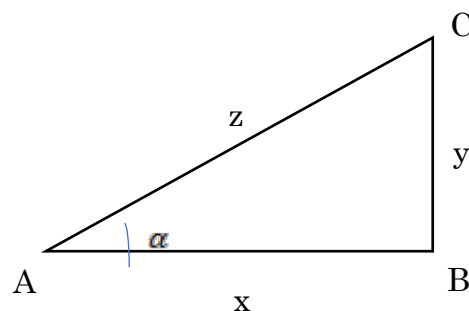
Trigonometri berasal dari Bahasa Yunani “*Trigonon*” yang berarti tiga sudut dan “*Metron*” yang berarti mengukur.

Jadi, trigonometri ini adalah sebuah cabang matematika yang mempelajari hubungan yang meliputi panjang dan sudut segitiga.

Hubungan panjang sisi dan sudut segitiga ini secara umum dinyatakan sebagai perbandingan dari sinus, cosinus, dan tangen.

Dari perbandingan dasar trigonometri ini dapat dibuat perbandingan yang lain, yaitu cosekan, sekan, dan cotangen.

Nah, untuk lebih jelasnya, mari kita perhatikan segitiga siku-siku berikut ini:



Keterangan:

$x = AB =$ Panjang sisi horizontal

$y = BC =$ Panjang sisi vertikal

$z = AC =$ Panjang sisi miring / sisi terpanjang segitiga / Hipotenusa

$\alpha =$ Besarnya sudut yang dibentuk oleh sisi-sisi segitiga

Dari segitiga siku-siku ini, kita dapat menentukan perbandingan sisi-sisi segitiga terhadap sudutnya (Sundstrom and Schlicker, 2022).

1. Sinus atau biasa disingkat “sin”

Adalah perbandingan antara panjang sisi vertikal dan panjang sisi miring

$$\sin \alpha = \frac{\text{panjang sisi vertikal}}{\text{panjang sisi miring}}$$

$$\sin \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{y}{z}$$

2. Cosinus atau biasa disingkat “cos”

Adalah perbandingan antara panjang sisi horizontal dan panjang sisi miring

$$\cos \alpha = \frac{\text{panjang sisi horizontal}}{\text{panjang sisi miring}}$$

$$\cos \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{x}{z}$$

3. Tangen atau biasa disingkat “tan”

Adalah perbandingan antara panjang sisi vertikal dan panjang sisi horizontal

$$\tan \alpha = \frac{\text{panjang sisi vertikal}}{\text{panjang sisi horizontal}}$$

8. LOGARITMA

8.1 Pengantar

Untuk mempelajari logaritma sebaiknya Anda memahami lebih dulu perpangkatan bilangan-bilangan, karena logaritma merupakan invers (kebalikan) dari perpangkatan. Selain itu pula, dalam mempelajari logaritma, Anda sebaiknya memiliki atau menyediakan tabel matematika tentang logaritma dan kalkulator.

Akhir abad keenam belas adalah era penting bagi perkembangan matematika, terutama dalam astronomi dan navigasi. Perhitungan yang dilibatkan dalam bidang-bidang tersebut melahirkan kebutuhan akan suatu metode untuk menyederhanakan kalkulasi aritmetik dan untuk memudahkan perkalian dan pembagian.

Logaritma diperkenalkan oleh seorang matematikawan berkebangsaan Skotlandia, John Napier pada tahun 1614 sebagai alat menyederhanakan perhitungan. Logaritma dipakai lebih cepat dalam navigator, ilmu sains, rekayasa, ilmu ukur wilayah, dan bidang lainnya untuk lebih mempermudah perhitungan nilai yang sangat akurat.

Pada abad ke-19, matematikawan besar Perancis yang bernama Laplace berkomentar tentang Napier telah memperpanjang usia ahli astronomi sebanyak dua kali lipat. Para ilmuwan dan matematikawan terus menggunakan

logaritma sampai akhirnya kalkulator dan komputer memberikan alat-alat bantu yang lebih efisien.

Untuk memahami pengertiannya logaritma, perhatikan pernyataan tentang bilangan berpangkat " $5^2 = 25$ ", di mana 5 disebut bilangan pokok, 2 disebut pangkat (eksponen), dan 25 disebut hasil dari 5 dipangkatkan 2. Apabila kita mengubahnya ke bentuk logaritma, maka pernyataan $5^2 = 25$ sama artinya dengan ${}^5\log 25 = 2$, atau secara singkat dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$5^2 = 25 \Leftrightarrow {}^5\log 25 = 2$$

Pernyataan ${}^5\log 25 = 2$ dibaca "logaritma dari 25 dengan bilangan pokok 5 sama dengan 2", atau dapat dikatakan pula bahwa 5 adalah bilangan pokok logaritma, 25 adalah bilangan yang dicari logaritmanya, dan 2 adalah pangkat dari bilangan pokok itu.

Logaritma adalah invers dari eksponen yaitu mencari pangkat dari suatu bilangan pokok sehingga hasilnya sesuai dengan yang telah diketahui.

Jika $a^n = b$ maka ${}^a\log b = n$

Dibaca " $n = \log b$ dengan basis a

Keterangan:

- a disebut basis (bilangan pokok), $a > 0$ dan $a \neq 1$
- b disebut bilangan yang dilogartimkan, $b > 0$.

Contoh 1

Hitunglah : a. ${}^3\log 9$ b. ${}^5\log 125$

9. PROGRAM LINEAR

9.1 Pendahuluan

Setiap insan yang memiliki tujuan hidup pasti akan menemui berbagai macam kendala untuk mencapai tujuan hidup tersebut. Keterbatasan sumber daya (bisa berupa uang, tenaga kerja, bahan mentah, dan lain-lain) yang ada untuk mendapatkan keuntungan yang maksimal dengan meminimalkan biaya. Hal tersebut erat kaitannya seperti pada bab program linear buku ini yang akan dijelaskan mengenai program linear. Taha (1993) mengemukakan bahwa program linear dapat menjelaskan kasus dunia nyata dalam bentuk model matematika dimana terdiri atas satu fungsi tujuan linear dengan beberapa fungsi kendala linear. Program linear (*linear programming*) merupakan materi pengembangan dari konsep materi Aljabar. Beberapa matematikawan yang berjasa dalam perkembangan program linear diantaranya; Fourier dari Perancis tahun 1928; L.V. Kontrovich dari Rusia tahun 1939; George B. Dantzig dari Amerika Serikat tahun 1947 terkenal dengan bapak program linear.

Program linear adalah suatu metode yang digunakan untuk memecahkan masalah berkaitan dengan optimasi linear (nilai maksimum dan nilai minimum). Setelah masalah sumber daya teridentifikasi, langkah selanjutnya menentukan tujuannya untuk diformulasikan model

matematikanya. Kemudian model matematika tersebut dianalisis sampai dibuat kesimpulan agar dapat diimplementasikan hasilnya. Pada prinsipnya ketika kita belajar program linear berarti kita belajar mencari daerah penyelesaian sistem persamaan linear ataupun sistem pertidaksamaan linear yang memiliki syarat tertentu berupa kendala utama dan kendala pembatas untuk mendapatkan nilai optimum, serta bagaimana caranya membuat model matematika. Ada beberapa istilah penting yang digunakan pada bab program linear buku ini, diantaranya;

- 1) Fungsi objektif atau fungsi tujuan $Z = ax + by$, yaitu fungsi linear apabila kita bermaksud mendapatkan nilai optimum (maksimum atau minimum);
- 2) Kendala atau keterbatasan (Constraint) dimana ada kendala utama dan kendala pembatas bentuknya sistem pertidaksamaan yang harus terpenuhi dalam optimasi fungsi tujuan;
- 3) Daerah penyelesaian yang layak adalah daerah yang memenuhi kendala utama dan kendala pembatas;

Pembahasan bab Program Linear pada buku ini, diantaranya mengenai; Sistem persamaan linear (SPL) dan Sistem pertidaksamaan linear yang merupakan materi prasyarat; Kemudian mencari nilai optimum (maksimum dan minimum) untuk menyelesaikan masalah program linear dengan menggunakan pendekatan geometris dengan metode isoline (kesamaan garis) atau garis selidik dan metode titik ekstrim.

10.

LIMIT FUNGSI, TURUNAN & INTEGRAL

10.1 Pengantar

Matematika didefinisikan sebagai ilmu dasar dimana ilmu tersebut dapat dijadikan sebagai alat bantu dalam menyelesaikan berbagai masalah bidang ilmu. Dalam mempelajari matematika kita akan mengenal beberapa teori dasar yang disebut dengan 'kalkulus'. Dengan menggunakan kalkulus, kita akan lebih mudah dalam melakukan analisis dan mendapatkan perhitungan yang lebih akurat. Teori kalkulus dapat digunakan diberbagai bidang ilmu, diantaranya teknik, bidang sains, dan bidang ekonomi.

Lalu sebenarnya apa sih yang dimaksud dengan kalkulus? -Menurut *Kamus-Besar-Bahasa-Indonesia (KBBI)*, kalkulus -adalah-bagian matematika yang-melibatkan-pengertian-dan penggunaan deferensial-dan integral-fungsi serta-konsep-yang-berkaitan (KBBI, 2020). Kalkulus pertama kali dikembangkan oleh seorang matematikawan dan ilmuwan yang bernama Isaac Newton . -Dasar dari-kalkulus adalah mengakaji tentang teori limit, turunan (diferensial), dan anti-turunan (integral).

Limit diartikan sebagai satu batasan yang dapat didekati atau diapai oleh suatu fungsi. Arti kata lain, limit merupakan nilai pendekatan dari suatu fungsi disaat titiknya mendekati

nilai tertentu. Dalam teori limit, kalkulus dijadikan sebagai teknik untuk memanipulasi limit tertentu. Penggunaan limit ini sangat penting dalam konsep turunan atau differensial dari suatu fungsi.

Turunan (diferensial) dalam konsep kalkulus adalah ukuran perubahan fungsi terhadap perubahan suatu nilai masukan (input). Secara umum, turunan mendeskripsikan perubahan fungsi karena perubahan variabel. Fungsi dikatakan terdiferensialkan jika limit dari fungsi tersebut ada. Penggunaan turunan sangat banyak dalam masalah optimasi seperti menentukan nilai maksimum dan minimum fungsi, serta kecepatan dan percepatan.

Operasi kalkulus penting lainnya adalah anti-turunan (integral) dimana merupakan invers (kebalikan) dari sebuah fungsi turunan. Penggunaan integral salah satunya-menghitung-luas-bidang-datar-dan menentukan volume-benda putar. Integral juga bisa digunakan dalam memperkirakan suatu populasi, gaya pada bendungan, panjang kurva dan sebagainya.

Seperti-yang-telah-dijelaskan di atas, konsep-dasar-kalkulus-terbagi menjadi-limit, -turunan,-dan-integral. Untuk lebih memahami konsep dasar kalkulus tersebut, berikut akan dibahas lebih lanjut tentang Limit Fungsi, Turunan dan Integral.

DAFTAR PUSTAKA

- Adinawan M.C. dan Sugijono. (2007). *Matematika*, untuk SMP Kelas IX. Jakarta: Erlangga
- Amir, M.F. dan Prasojo, B.H., 2016. Buku Ajar Matematika Dasar. Sidoarjo: UMSIDA Press1
- Anton, H., Rorres, C., 2014. *Elementary Linear Algebra : Application Version*. 11th Edition. John Wiley & Sons, Inc.
- As'ari, A. R., dkk. 2017. *Matematika*. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, Jakarta.
- Buku Paket Matematika kelas XI 2017, Pusat Kurikulum dan Pembukuan, Kemdikbud
- Dedy, E., dkk. 2020. *Kalkulus Jilid 1*. PT Bumi Aksara, Jakarta Timur.
- Deka, K., 2020. *Matematika: Baris dan Deret Kurikulum Merdeka Kelas X2*
- Edwin J. Purcell and Dale Varberg. 1987. *Kalkulus dan Geometri Analitis*. Erlangga
- <https://www.geogebra.org/classic>
- Karso, H., 2009. *Barisan dan Deret*. Bandung: UPI3
- Kasiyanta, D., 2018. *Buku Barisan, Deret dan Statistika Kajian Matematika Terapan Pada Bidang Pertanian dengan Aplikasi Microsoft Excel*. Yogyakarta: Deepublish4
- KBBI. 2020. *Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI) Kamus versi online/ daring*. Kemendikbud
- Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia. 2017. *Matematika SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI*. PT. Tiga Serangkai Pustaka Mandiri, Solo
- Mahmudah, W., 2019. *Buku Ajar: Teori Bilangan*. Jakarta: Perpustakaan Nasional RI5
- Manullang, S., Kristianto, A., Hutapea, T.A., Sinaga, L.P., Sinaga, B., Marianus, M., Sinambela, P.N.J.M., 2017. *Matematika : Untuk SMA/MA/SMK/MAK Kelas XI*. Edisi Ke-2. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, Jakarta.
- Marthen K, Hadi N, Ghany A. 2019. *Matematika untuk Siswa SMA/MA Kelas XI Kelompok Peminatan Matematika dan Ilmu-ilmu Alam*. Bandung: Yrama Widya.
- Muhammad Faizal Amir, B.H.P. 2016. *Buku Ajar Matematika Dasar*. Umsida Press
- Noormandiri, B.K. 2005. *Matematika SMA untuk Kelas XI Program Ilmu Alam Jilid 2A*. Jakarta: Erlangga
- Noormandiri. 2016. *Matematika Jilid 1 untuk SMA/MA Kelas X Kelompok Wajib*. Erlangga, Jakarta.
- Purcell E.J. dan Varberg D. (1987). *Kalkulus dan Geometri Analitis*. Jakarta: Erlangga
- Purcell, Edwin J., Varberg, D., 1984. *Kalkulus dan Geometri Analitis (terjemahan I Nyoman Susila dkk)*, Erlangga : Jakarta.
- Simangunsong Wilson. 2005. *Matematika Dasar*. Erlangga, Jakarta

Sinaga, B., dkk. 2017. Matematika—Studi dan Pengajaran. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan, Jakarta.

Stroud, K.A., Matematika untuk Teknik Edisi Ketiga. 1994. Bandung.

Sukino, 2013. Matematika Kelompok Peminatan dan Ilmu Alam Berdasarkan Kurikulum 2013. Erlangga. 2013

Susanto, D., dkk., 2021. Matematika untuk SMA/SMK Kelas X Bab 2 Barisan dan Deret. Jakarta: Kemendikbud Ristek RI6

Sutisna,E., 2020. Modul Pembelajaran SMA “Matematika Peminatan”

Sullivan, M. (2012) *Algebra & Trigonometry*. Chicago State University.

Sundstrom, T. and Schlicker, S. (2022) *Trigonometry*. California: Grand Valley State University.

Syahputra, E., 2015. Program Linear. Penerbit Unimed Press, Medan.

Taha, H.A., 1997. Operations Research: An Introduction. 6th Edition. Prentice Hall, Inc.

Tapilouw, M., 1986. Materi Pokok Program Linear. Penerbit Karunika Universitas Terbuka, Jakarta.

Untung Trisna Suwaji. 2019. *Lingkaran*. Unit Pembelajaran Program Pengembangan Keprofesian Berkelanjutan (PKB) Melalui Peningkatan Kompetensi pembelajaran (PKP) Berbasis Zonasi. Jakarta: Kemedikbud

Wahyudin, 2012. Kapita Selekta Matematika Seri 1. RIZQI Press, Bandung.

Wilson Simangunsong, 2016. Matematika Wajib Kelas XI SMA/MA Kurikulum 2013 Edisi Revisi. Penerbit Gematama, Jakarta

Wirodikromo, S., 2006. Matematika untuk SMA kelas XII Program Studi Ilmu Alam. Erlangga, Jakarta.

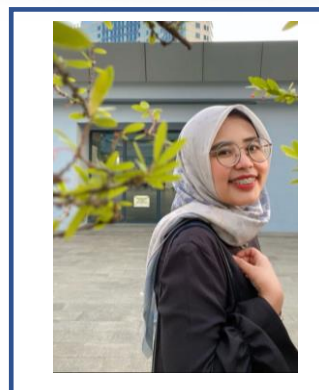
Yersita, 2022. Pembelajaran Unggul Matematika SMK/MAK Kelas X. Bumi Aksara, Jakarta.

BIODATA PENULIS



M. Syauqi Haris, M.Kom. lahir di Kota Lamongan Jawa Timur pada 22 Februari 1985. Lulus dari Sarjana Ilmu Komputer Universitas Brawijaya pada tahun 2010 dan lulus dari Magister Ilmu Komputer Universitas Brawijaya pada tahun 2020. Berpengalaman lebih 10 tahun

dalam industri pengembangan perangkat lunak dan saat ini aktif sebagai dosen program studi Sarjana Informatika di Institut Teknologi, Sains, dan Kesehatan RS dr. Soepraoen Kesdam V/Brw Malang. Selain menjadi dosen, penulis aktif sebagai CEO PT Narasumber Teknologi Indonesia, sebuah startup di bidang konsultan teknologi informasi dan digital marketing bagi koperasi dan UMKM sehingga seringkali diundang sebagai narasumber oleh berbagai instansi negeri maupun swasta sebagai trainer di berbagai acara bimbingan teknis maupun pelatihan bagi koperasi dan UMKM. Dalam penelitian, penulis aktif melakukan riset di bidang rekayasa perangkat lunak dan pembelajaran mesin. Pada tahun 2022, menerima hibah Penelitian Dosen Pemula (PDP) dengan judul Prediksi Prevalensi Stunting di Provinsi Jawa Timur dengan menggunakan Algoritma *Machine Learning*.



Anisa Rahmawati, S.Si., M.Sc. lahir pada tanggal 7 November di Kabupaten Klaten, Jawa Tengah. Ia menempuh pendidikan sarjana dan pasca sarjana di Prodi Matematika, Universitas Gadjah Mada. Ia menyelesaikan studi sarjana pada tahun 2017 dan menyelesaikan studi pasaca sarjana pada tahun

2019. Saat ini, ia menjadi dosen tetap di salah satu perguruan tinggi milik Kementerian Perindustrian yaitu Politeknik APP Jakarta. Selain mengajar ia mulai aktif dalam kegiatan tridarma lainnya, salah satunya adalah menulis buku yang terkait dengan bidang keilmuannya.



Handri Wijaya, S.Si. M.Pd lahir dikabupaten Purwakarta pada tanggal 30 Desember 1982. Ia lulus pada tahun 2010 hingga mendapat gelar Magister Pendidikan matematika di Universitas Pendidikan Indonesia Bandung, saat ini ia tercatat sebagai dosen di Universitas Mandiri Subang. Selain mengajar di kampus ia mengajar di

SMAN 1 Purwakarta



Aulia Oktavia, S.Si., M.Si lahir di Kota Padang pada tanggal 7 Oktober. Ia lulus pada program sarjana matematika Universitas Andalas pada tahun 2014 kemudian di tahun yang sama melanjutkan studi pada program magister matematika di Institut Teknologi Bandung dan lulus pada tahun 2016. Saat ini ia tercatat sebagai

dosen tetap pada Program Studi Teknik Listrik Politeknik Negeri Padang. Selain mengajar, ia aktif dalam kegiatan tridharma lainnya diantaranya ialah penelitian dan pengabdian. Adapun karya ilmiah yang telah dibuatnya selama menjadi dosen diantaranya potret kesehatan masyarakat kota Padang dengan menggunakan metode wajah Chernoff dan prediksi penjualan tabung gas 5,5kg di PT. Parafin Energi Mandiri dengan menggunakan metode Least Square. Sementara itu, untuk kegiatan pengabdian di bidang matematika yang pernah ia lakukan diantaranya simulasi dan pembahasan soal SBMPTN untuk SMAN 15 dan SMAN 16 Padang dan pembelajaran matematika dengan pendekatan *fun math* pada kelompok belajar kelas 2 Delima Blok A Perumnas Belimbing Kec. Kuranji Padang. Selain kegiatan tridharma, ia juga aktif dalam pembuatan video pembelajaran matematika yang dapat diakses pada <https://www.youtube.com/@inspirationroom2514>.



Ika Sriyanti, M.Pd lahir di Subang pada tanggal 5 Juni 1980. Menyelesaikan S1 Pendidikan Matematika di STKIP Subang/ Universitas Mandiri di Subang lulusan tahun 2013. Program S2 Magister Pendidikan Matematika di Universitas Pasundan Prody Pendidikan Matematika lulusan Tahun 2016.

Merupakan penulis aktif dan sudah menerbitkan buku dengan judul Evaluasi Pendidikan Matematika pada tahun 2019 diterbitkan Uwais Inspirasi Indonesia. Profesi sekarang penulis sebagai Dosen Pendidikan Matematika di Universitas Mandiri Subang mengampu mata kuliah Aljabar Linear, Aljabar Matriks, Metode Penelitian Pendidikan Matematika, Sejarah Matematika, Teori Bilangan, Kalkulus, Seminar Pendidikan Matematika.



Anwar Sadat, S.Pd., M.Pd. lahir di kota Subang pada 21 Februari 1982. Menyelesaikan pendidikan S1 pada program studi pendidikan matematika di UIN Sunan Gunung Djati Bandung tahun 2006 dan program magister pendidikan matematika di Universitas Pendidikan Indonesia tahun 2013. Beliau merupakan dosen sekaligus

ketua program studi pendidikan matematika di universitas mandiri Subang. Beliau aktif mengajar sebagai dosen mata kuliah kalkulus diferensial, kalkulus integral, matematika kombinatorik, kapita selekta matematika pendidikan dasar, kapita selekta matematika pendidikan menengah, metode penelitian, dan statistika penelitian pendidikan dan sosial. Beliau juga aktif dalam melakukan penelitian dan pengabdian kepada masyarakat.



Auli Irfah, M.Pd. lahir di Kota Palopo pada tanggal 9 Januari. Ia Lulus pada tahun 2019 hingga mendapat gelar Magister Pendidikan Matematika di Universitas Negeri Makassar. Saat ini ia tercatat sebagai dosen di Universitas Negeri Gorontalo. Selain mengajar ia aktif dalam kegiatan tridarma lainnya

diantaranya ialah penelitian dan pengabdian.



Totok Dwi Raharjo, M.Pd. lahir di Kabupaten Magetan pada tanggal 19 Juli 1990. Ia Lulus pada tahun 2018 hingga mendapat gelar Magister Pendidikan Matematika di Universitas Pasundan Bandung. Saat ini ia tercatat sebagai dosen di Universitas Terbuka Bandung. Selain mengajar di kampus ia mengajar di SMKN 12 Bandung dan SMK Assalaam Bandung.



Muhammad Iqbal Harisuddin, S.T., M.Pd. lahir di Subang, 19 Agustus 1981. Menyelesaikan Program S1 Teknik Kimia di ITENAS Bandung tahun 2005 dan program S2 Magister Pendidikan Matematika di Universitas Pasundan tahun 2014. Merupakan penulis aktif dan sudah menerbitkan buku; **Asyiknya Belajar Matematika dengan Geogebra** diterbitkan Deepublish tahun 2019; **Secuil Esensi Berpikir Kreatif dan Motivasi Belajar Siswa** diterbitkan Pantera Publishing tahun 2019; **Berpikir Kreatif Motivasi Kemandirian Belajar Siswa** diterbitkan Deepublish tahun 2023. Hasil penelitian penulis yang dipublish di Jurnal diantaranya; Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis dan Kemandirian Belajar Siswa dengan PJJ Dimasa Covid-19, Jurnal Teorema: teori dan riset matematika tahun 2021;

Implementation of Accelerated Learning to Improve Mathematics Communication Ability, *Jurnal Pendidikan MIPA* tahun 2022. Profesi sekarang penulis sebagai Dosen Pendidikan Matematika Universitas Mandiri Subang. Sebagai dosen, penulis mengampu mata kuliah yaitu; Geometri Analitik; Aplikasi Matematika, Sains, Teknologi dan Rekayasa; Statistika Dasar; Program Linear; Persamaan Differensial; Geometri ; dan Metode Numerik.



Nurweni Putri, S,Si, M.Si, lahir di Muara Bungo, 9 Mei 1992. Penulis menyelesaikan studi Magister Matematika tahun 2016 di Universitas Andalas. Saat ini penulis tercatat sebagai dosen tetap di Prodi Matematika, Universitas Dharma Andalas. Selain mengajar, penulis aktif dalam kegiatan tridarma lainnya diantaranya ialah penelitian dan pengabdian. Saat ini ia pun diamanahi sebagai Sekertaris Unit MBKM Universitas Dharma Andalas. Penulis juga merupakan salah satu editor pada *Mathematics and Applications (Map) Journal*, Prodi Matematika UIN Imam Bonjol, Padang.

Matematika Sekolah

Matematika merupakan pelajaran dasar dan wajib untuk tingkat SMP/MTs dan SMA/MA. Matematika menjadi salah satu mata pelajaran yang mempunyai tingkat kesulitan dan kerumitan yang lebih dibandingkan mata pelajaran lain. Selama ini Matematika penuh dengan rumus-rumus rumit dengan segala turun-temurunya. Matematika digunakan dalam ilmu eksakta dan ilmu sosial, sehingga semua siswa tingkat sekolah dasar, menengah dan umum diwajibkan untuk mempelajari mata pelajaran tersebut.

Buku “**Matematika Sekolah (Konsep-Konsep Matematika di SMP/MTs, dan Matematika SMA/MA)**” ini menyajikan materi matematika untuk siswa-siswi SMP/MTs dan SMA/MA, terdiri dari 10 bab yang disusun secara sistematis. Kami berharap buku ini dapat digunakan sebagai referensi dalam pelaksanaan proses belajar mengajar di tingkat SMP/MTs dan SMA/MA. Buku dilengkapi dengan contoh-contoh soal dan pembahasannya yang membuat pembacanya menikmati konsep Matematika serta perhitungannya dengan mudah dan menyenangkan.



Penerbit Haura Utama

- Anggota IKAPI Jawa Barat
- Instagram: @haurautama
- Website: penerbithaura.com
- Email: haurautama@gmail.com

ISBN 978-623-492-670-5



9 786234 926705